



**INSTITUTO DE FÍSICA**  
Universidade Federal Fluminense

# Física IV

**Instrutor: Prof. Daniel Jonathan**

**Sala: A3-17 (IF, andar 1P)**

**Email: [jonathan@if.uff.br](mailto:jonathan@if.uff.br)**

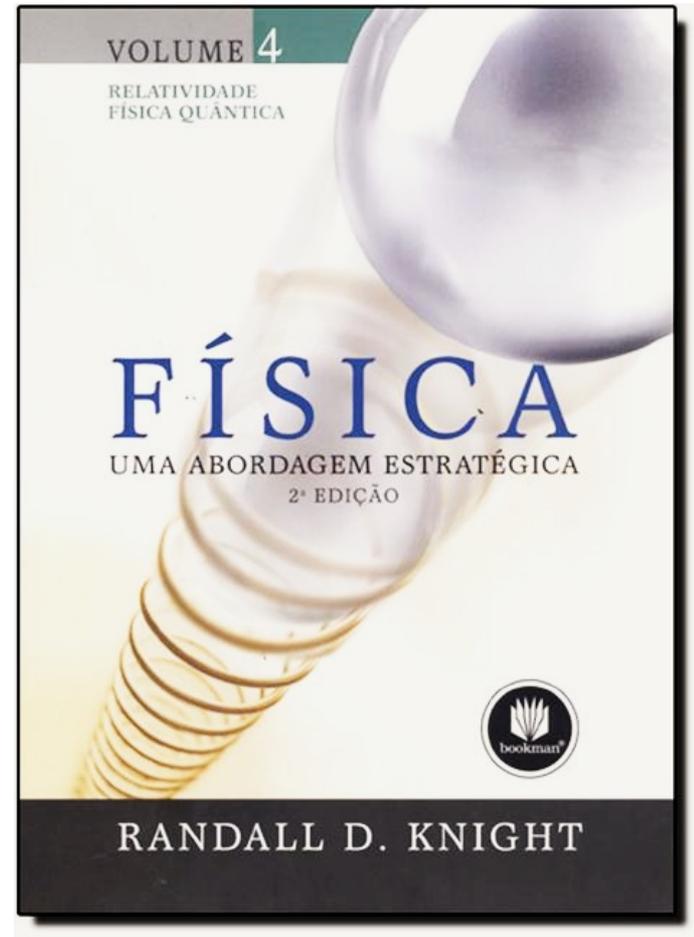
**Site do curso: [http://cursos.if.uff.br/fisicalV\\_XXI\\_0114/](http://cursos.if.uff.br/fisicalV_XXI_0114/)**

# Física IV

**Livro-texto principal:**

**“Física, uma abordagem estratégica”, vol. 4  
Randall.L. Knight**

**Caps. 37 – 43**



# Calendário -1p14

	Seg.	Ter.	Qua.	Qui	Sex	Sab.
Fevereiro	3	4	5	6	7	
	10	11	12	13	14	
	17	18	19	20	21	
	24	25	26	27	28	
Março	carnav. 3	carnav. 4	carnav. 5	carnav. 6	carnav. 7	
	10	11	12	13	14	
	17	18	19	20	21	
	24	25	26	27	28	<b>P1 29</b>
	31					
Abril		1	2	3	4	
	7	8	9	10	11	
	14	15	16	Ress. 17	Feriad. 18	
	Tirade. 21	22	23	24	25	
	28	29	30	Feriad. 1	Ress. 2	
Maio	5	6	7	8	9	<b>P2 10</b>
	12	13	14	15	16	
	19	20	21	22	23	
	26	27	28	29	30	
Junho	2	3	4	5	6	<b>P3 07</b>
	9	10	11	Ress. 12	13	<b>VR 14</b>
	16	Ress. 17	Ress. 18	Ress. 19	Ress. 20	<b>VS 21</b>

tópicos

Relatividade
O fim da física clássica
Quantização
Revisão

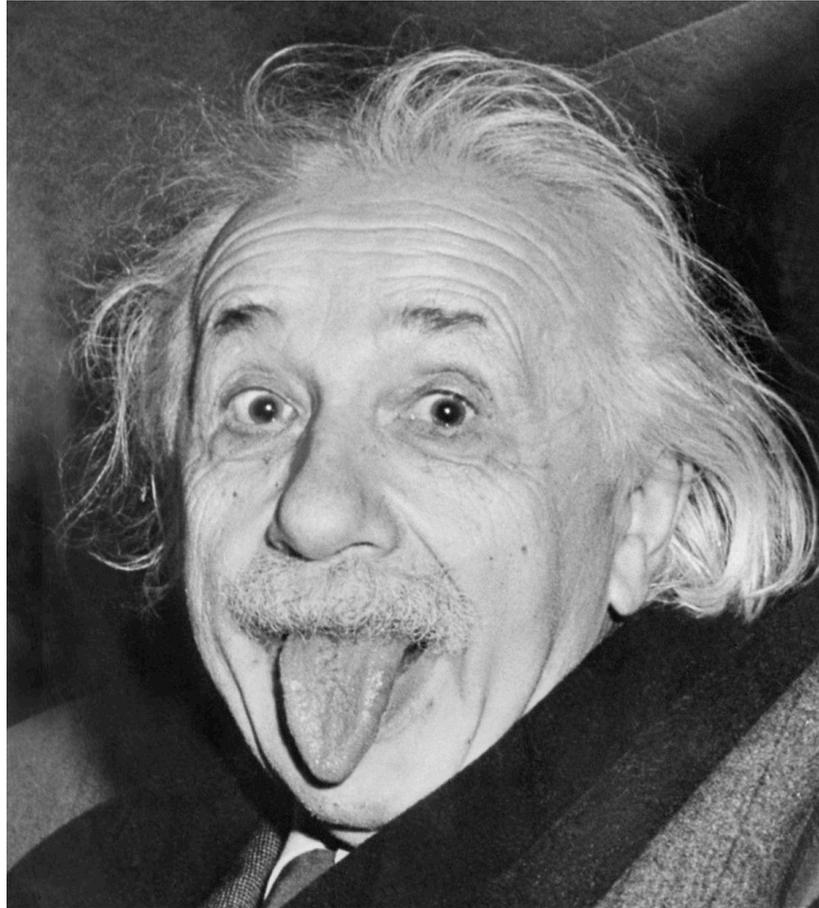
Funções de onda e incerteza
Mecânica Quântica Unidimensional
Revisão

Física atômica
Condução elétrica nos sólidos
Física nuclear
Revisão

**P1: 29/Março 14:15~16:15**  
**P2: 10/Maio 14:15~16:15**  
**P3: 07/Junho 14:15~16:15**  
**VR: 14/Junho 14:15~16:15**  
**VS: 21/junho 14:15~16:15**

**Período Letivo:**  
**17/Fevereiro de 2014: início**  
**27/Junho de 2014: Fim**

# Relatividade



**A. Einstein (1879 – 1955)**

# Relatividade



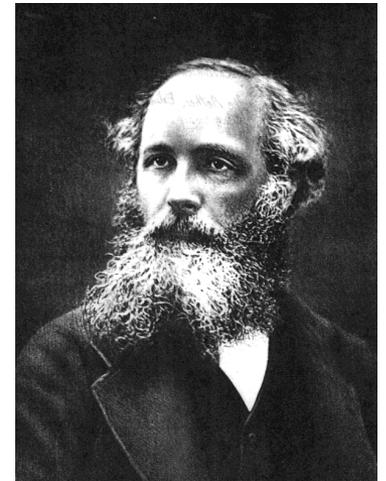
**A. Einstein em 1905, aos 26 anos**



**G. Galilei**



**I. Newton**

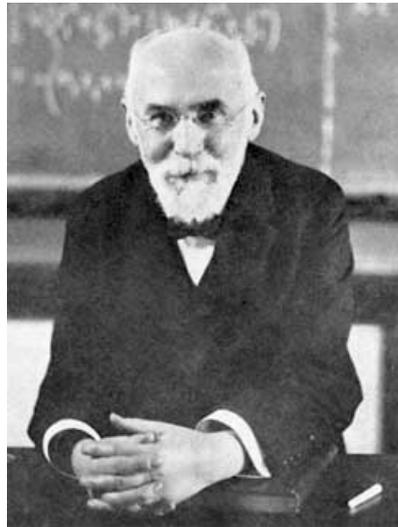


**J.C. Maxwell**

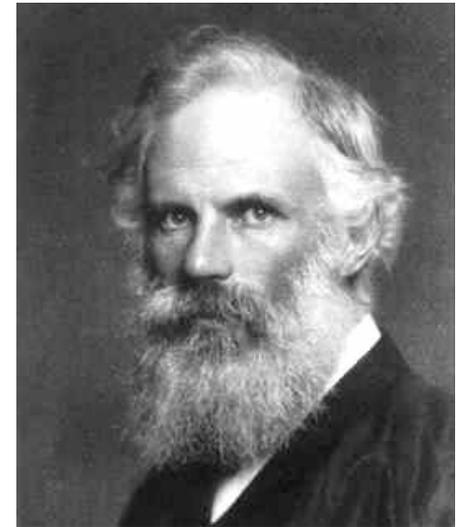
# Outros personagens dessa história



**Poincaré**



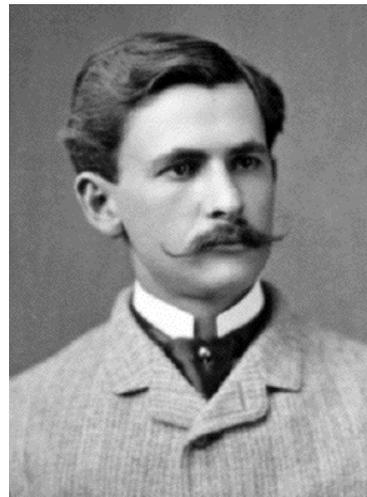
**Lorentz**



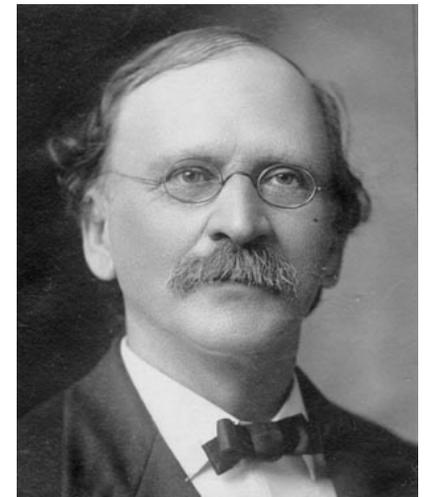
**FitzGerald**



**Minkowski**

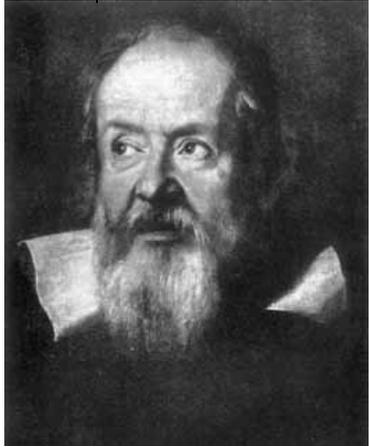


**Michelson**



**Morley**

# A Relatividade de Galileu



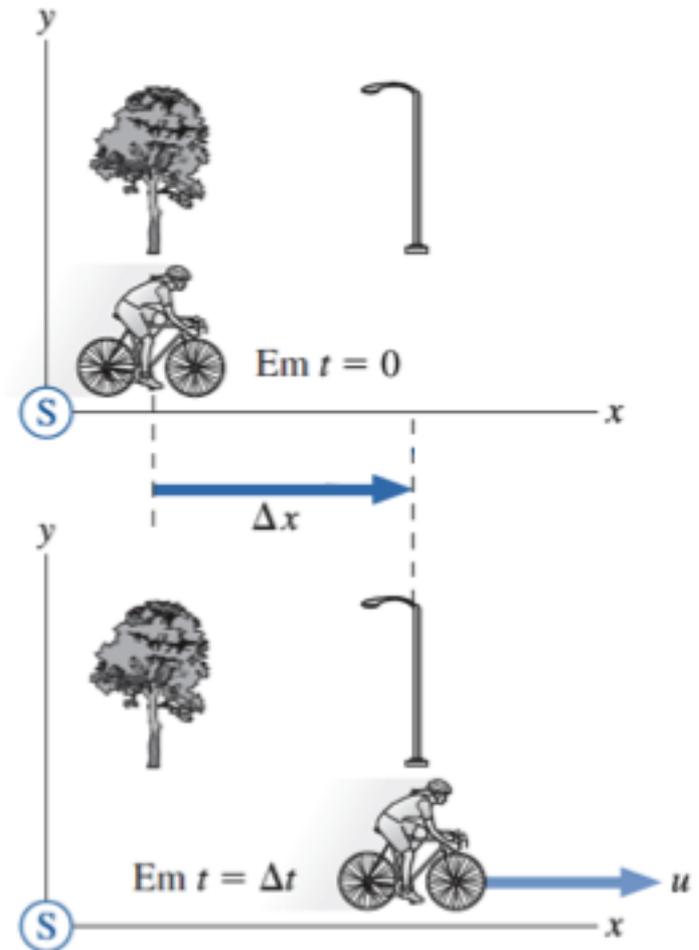
- O princípio da relatividade de Galileu Galilei é descrito em seu livro "Diálogos sobre dois sistemas máximos do mundo" (1632).
- Em certo ponto, os personagens discutem se uma pessoa em uma cabine fechada de um navio em movimento é ou não capaz de perceber este movimento pela observação do comportamento de pêndulos, molas ou outros sistemas mecânicos.

***"...(desde que o movimento seja uniforme e não flutuante para um lado e para outro) você não perceberá a menor modificação dos efeitos mencionados, e nem de algum deles poderá concluir se o navio se move ou está parado ..."***

**Em outras palavras: a velocidade de um objeto não é absoluta, mas relativa a um referencial**

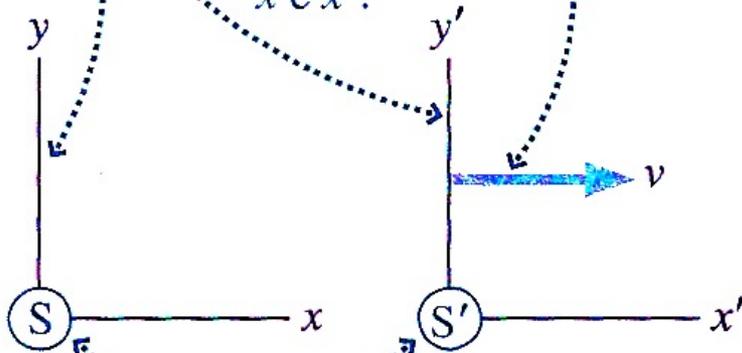
# Referenciais

**Referencial: sistema de coordenadas em que observadores em repouso medem as posições e o tempo de objetos em movimento**

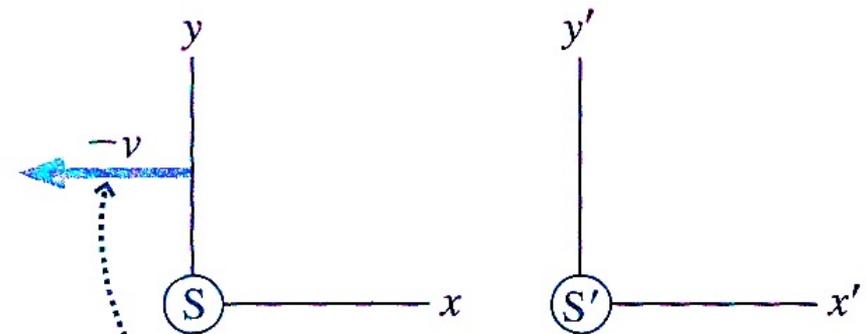


# Referenciais

1. Os eixos de  $S$  e  $S'$  têm a mesma orientação.
2. O referencial  $S'$  move-se com velocidade  $v$  em relação ao referencial  $S$ . O movimento relativo ocorre ao longo dos eixos  $x$  e  $x'$ .



3. As origens de  $S$  e  $S'$  coincidem no instante  $t = 0$ . Essa é a nossa definição de  $t = 0$ .



4. O referencial  $S$  move-se com velocidade  $-v$  em relação ao referencial  $S'$ .

# A Relatividade de Galileu



**1a Lei: existem *referenciais inerciais*, nos quais um corpo que não sofre forças se move com vel. constante**

**2a Lei: Em relação a um ref. inercial, vale que**

$$\vec{F}_{result} = m\vec{a}$$

**O Princípio da Relatividade de Galileu, versão de Newton:**

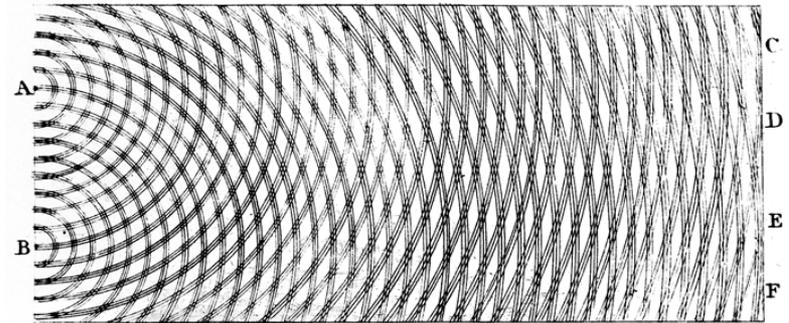
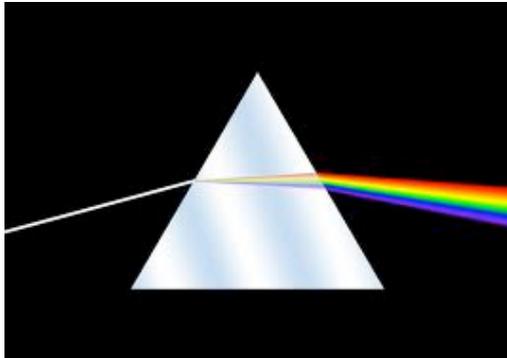
***“As leis da mecânica são iguais em relação a qualquer referencial inercial”***



# E a luz?

**Newton: acreditava na teoria de que a luz era feita de *partículas*.**

**No início do séc XIX: luz é uma *onda*, pois sofre difração, interferência etc.**



**Meados do séc XIX: eqs de Maxwell descrevem todos os fenômenos elétricos, magnéticos e ópticos (unificação).**

**Prevêem que a luz de fato uma onda que se desloca com velocidade  $c = 3 \times 10^8$  m/s.**

**A pergunta porém é: com relação a que?**

# O Drama da Física Clássica

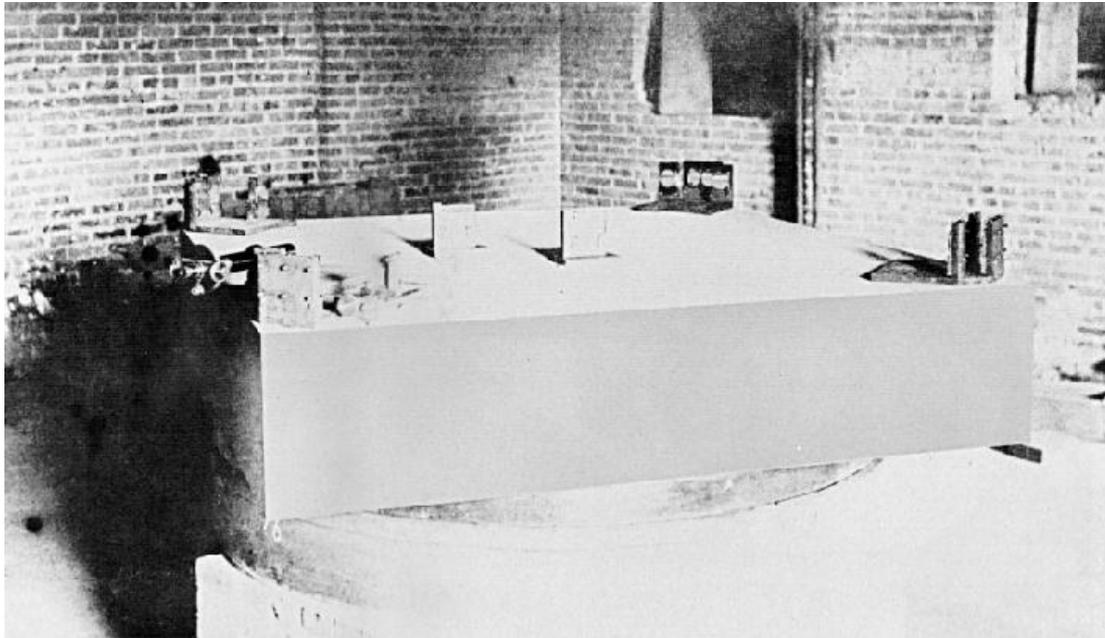
**Problema com a versão ondulatória: uma onda precisaria de um meio para se propagar. Surge o ÉTER...**

**Propriedades estranhas: rígido (para que a luz tenha a velocidade altíssima que tem) mas passa por dentro de materiais transparentes !**

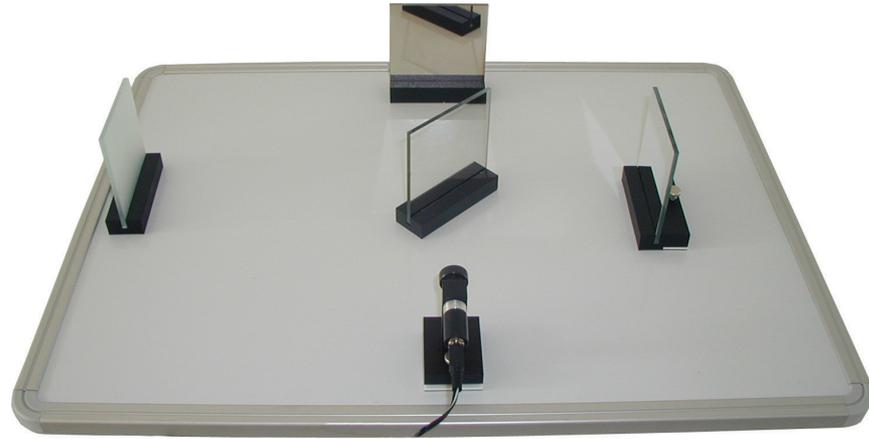
**A busca do éter se torna um dos grandes problemas experimentais e teóricos do final do século XIX.**

**Uma ideia para testar a hipótese do éter: Caso ele exista, o movimento da terra em relação a ele provocará um "vento", o que mudaria a velocidade da luz na direção do movimento da Terra, com respeito à direção transversal.**

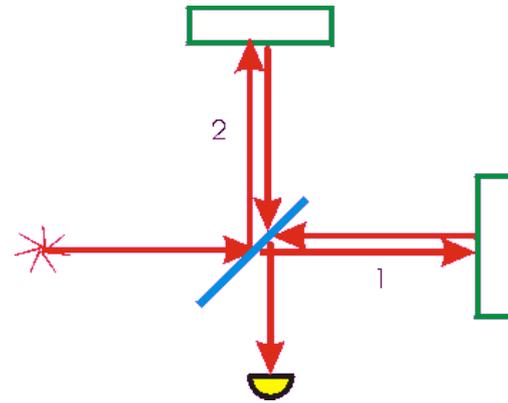
## Teste experimental feito por Michelson e Morley usando um *interferômetro*:



**Versão moderna do  
interferômetro de  
MM.**



**Esquema simplificado do  
que acontece**



**Caso exista um éter, as franjas de interferência mudariam de  
posição ao longo do ano.**

# O artigo de Einstein (1905)

**“Sobre a eletrodinâmica dos  
corpos em movimento”  
Annalen der Physik. 1905 v. 17**

**Publicado junto a dois outros  
artigos: movimento  
browniano e efeito  
fotoelétrico (por este último  
Einstein ganhou o Nobel)**

891

### *3. Zur Elektrodynamik bewegter Körper; von A. Einstein.*

Daß die Elektrodynamik Maxwells — wie dieselbe gegenwärtig aufgefaßt zu werden pflegt — in ihrer Anwendung auf bewegte Körper zu Asymmetrien führt, welche den Phänomenen nicht anzuhaften scheinen, ist bekannt. Man denke z. B. an die elektrodynamische Wechselwirkung zwischen einem Magneten und einem Leiter. Das beobachtbare Phänomen hängt hier nur ab von der Relativbewegung von Leiter und Magnet, während nach der üblichen Auffassung die beiden Fälle, daß der eine oder der andere dieser Körper der bewegte sei, streng voneinander zu trennen sind. Bewegt sich nämlich der Magnet und ruht der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten ein elektrisches Feld von gewissem Energiewerte, welches an den Orten, wo sich Teile des Leiters befinden, einen Strom erzeugt. Ruht aber der Magnet und bewegt sich der Leiter, so entsteht in der Umgebung des Magneten kein elektrisches Feld, dagegen im Leiter eine elektromotorische Kraft, welcher an sich keine Energie entspricht, die aber — Gleichheit der Relativbewegung bei den beiden ins Auge gefaßten Fällen vorausgesetzt — zu elektrischen Strömen von derselben Größe und demselben Verlaufe Veranlassung gibt, wie im ersten Falle die elektrischen Kräfte.

Beispiele ähnlicher Art, sowie die mißlungenen Versuche, eine Bewegung der Erde relativ zum „Lichtmedium“ zu konstatieren, führen zu der Vermutung, daß dem Begriffe der absoluten Ruhe nicht nur in der Mechanik, sondern auch in der Elektrodynamik keine Eigenschaften der Erscheinungen entsprechen, sondern daß vielmehr für alle Koordinatensysteme, für welche die mechanischen Gleichungen gelten, auch die gleichen elektrodynamischen und optischen Gesetze gelten, wie dies für die Größen erster Ordnung bereits erwiesen ist. Wir wollen diese Vermutung (deren Inhalt im folgenden „Prinzip der Relativität“ genannt werden wird) zur Voraussetzung erheben und außerdem die mit ihm nur scheinbar unverträgliche

# A Relatividade de Einstein

A solução proposta por Einstein é simples à primeira vista: estender o princípio de Galileu para *todos* os fenômenos físicos, ie, não apenas os mecânicos mas também os eletromagnéticos



O Princípio da Relatividade de Einstein:

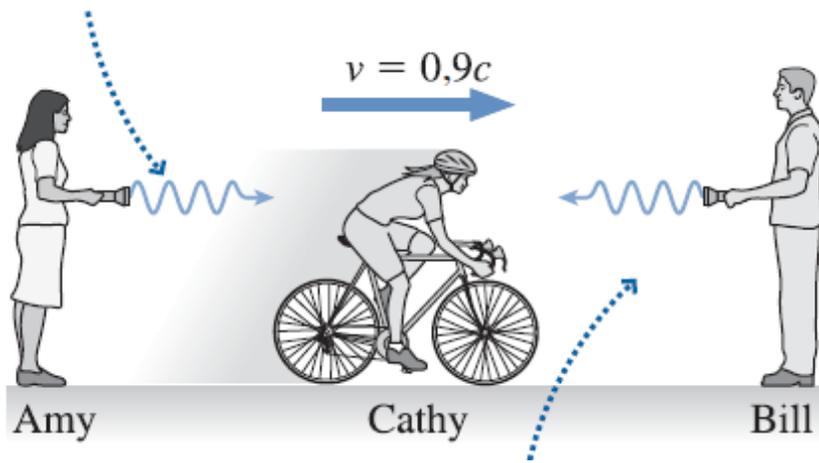
***“Todas as leis da Física são iguais em relação a qualquer referencial inercial”***

# A relatividade de Einstein

## A constância da velocidade luz

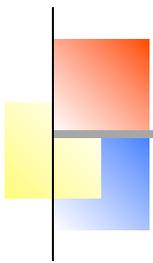
$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3,0 \times 10^8 \frac{m}{s} = 300 \text{ m}/\mu\text{s}$$

1. As equações de Maxwell são verdadeiras em todos os referenciais inerciais.
2. As equações de Maxwell prevêm que as ondas eletromagnéticas, inclusive a luz, se propagam com velocidade  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .
3. Portanto, a luz se propaga com velocidade  $c$  em relação a todos os referenciais.

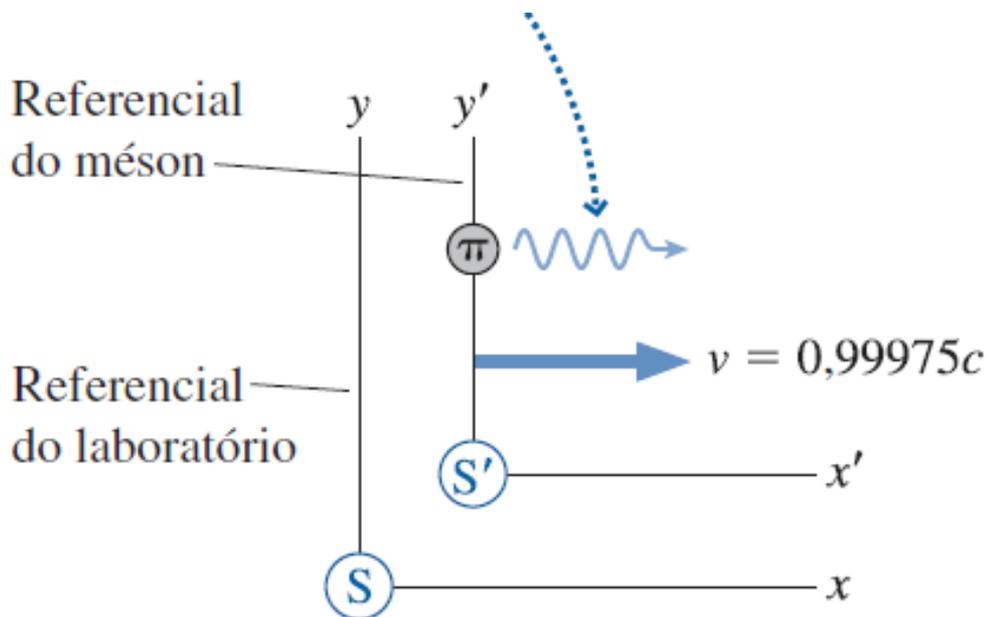


**Cathy também tem de ver tanto a luz vinda de Bill quanto a vinda de Amy com velocidade  $c$  !**

# Evidência experimental



A partícula elementar méson  $\pi$  decai em um fóton de alta energia. O méson  $\pi$  gerado em laboratório (aceleradores de alta energia) viaja com velocidade 99.975 % e emite o fóton com  $v = c$  no ref. do méson.



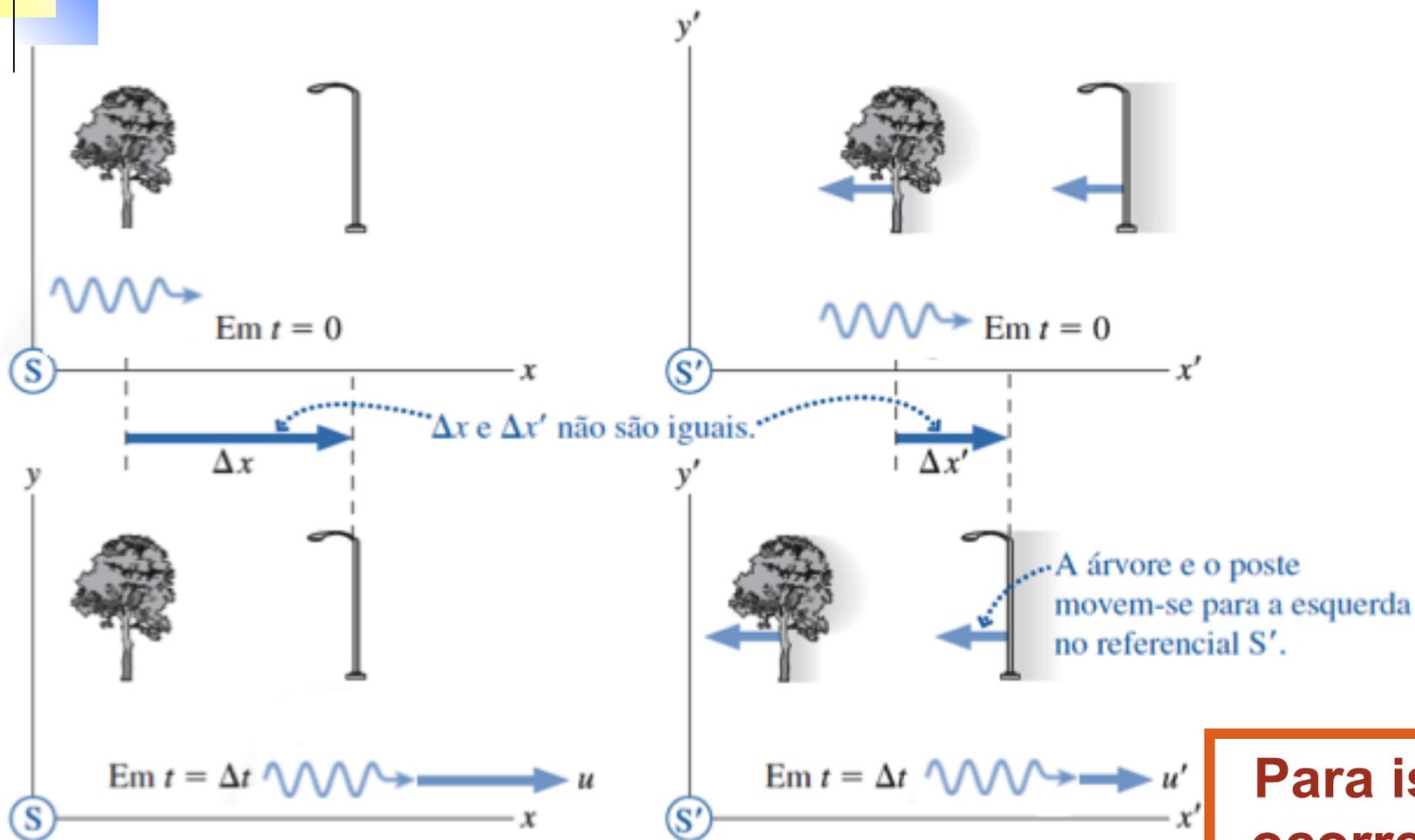
Pelo senso comum, deveríamos medir a velocidade do fóton no ref. do lab. como

$$v = 1,99975 c.$$

Mas as medidas mostram que ela continua igual a

$$v = 3 \times 10^8 \text{ m/s} = c !!$$

# Como isto é possível?



Por Galileu:

$$u' = \Delta x' / \Delta t \neq u = \Delta x / \Delta t$$

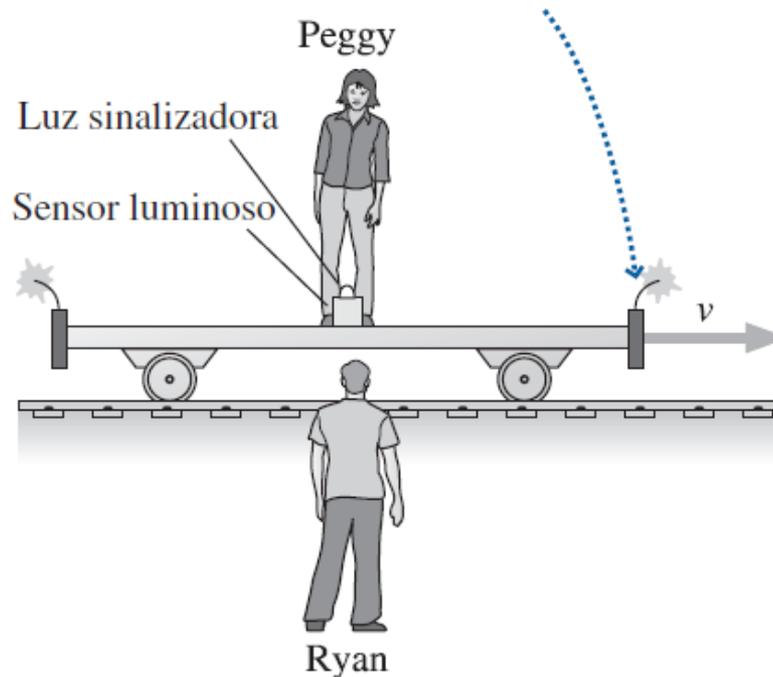
Mas se ao invés da bicicleta  
temos um raio de luz:

$$u' = u = c !!$$

**Para isso  
ocorrer, é  
preciso  
 $\Delta t' \neq \Delta t$  (!!?)**

# A relatividade da simultaneidade

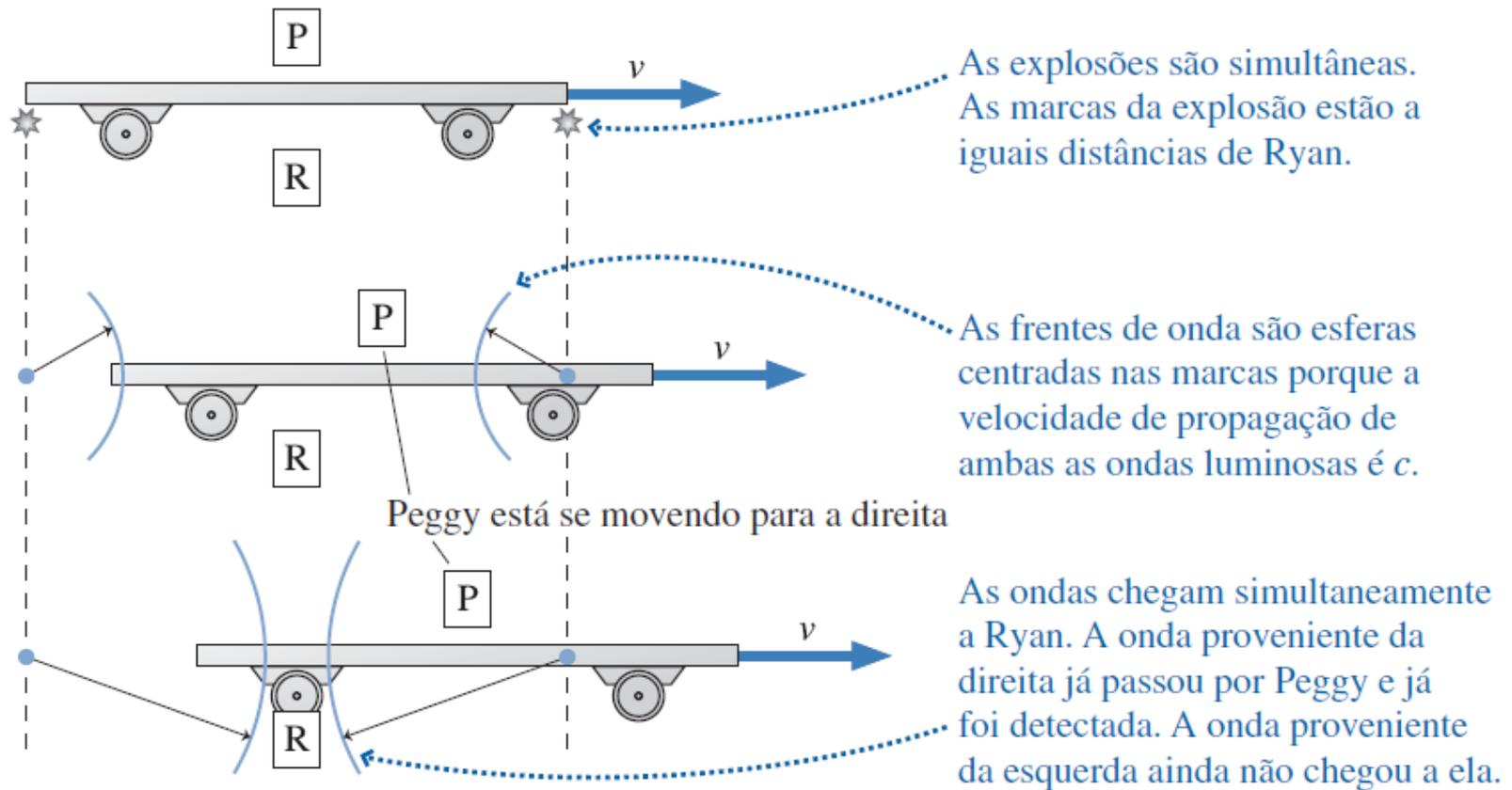
“As bombas deixarão marcas queimadas onde explodirem no solo.”



1. Se o detector da direita receber o flash de luz antes do detector da esquerda: **VERDE**
2. Se o detector da esquerda receber o flash de luz antes do da direita ou se chegarem simultaneamente: **VERMELHA**

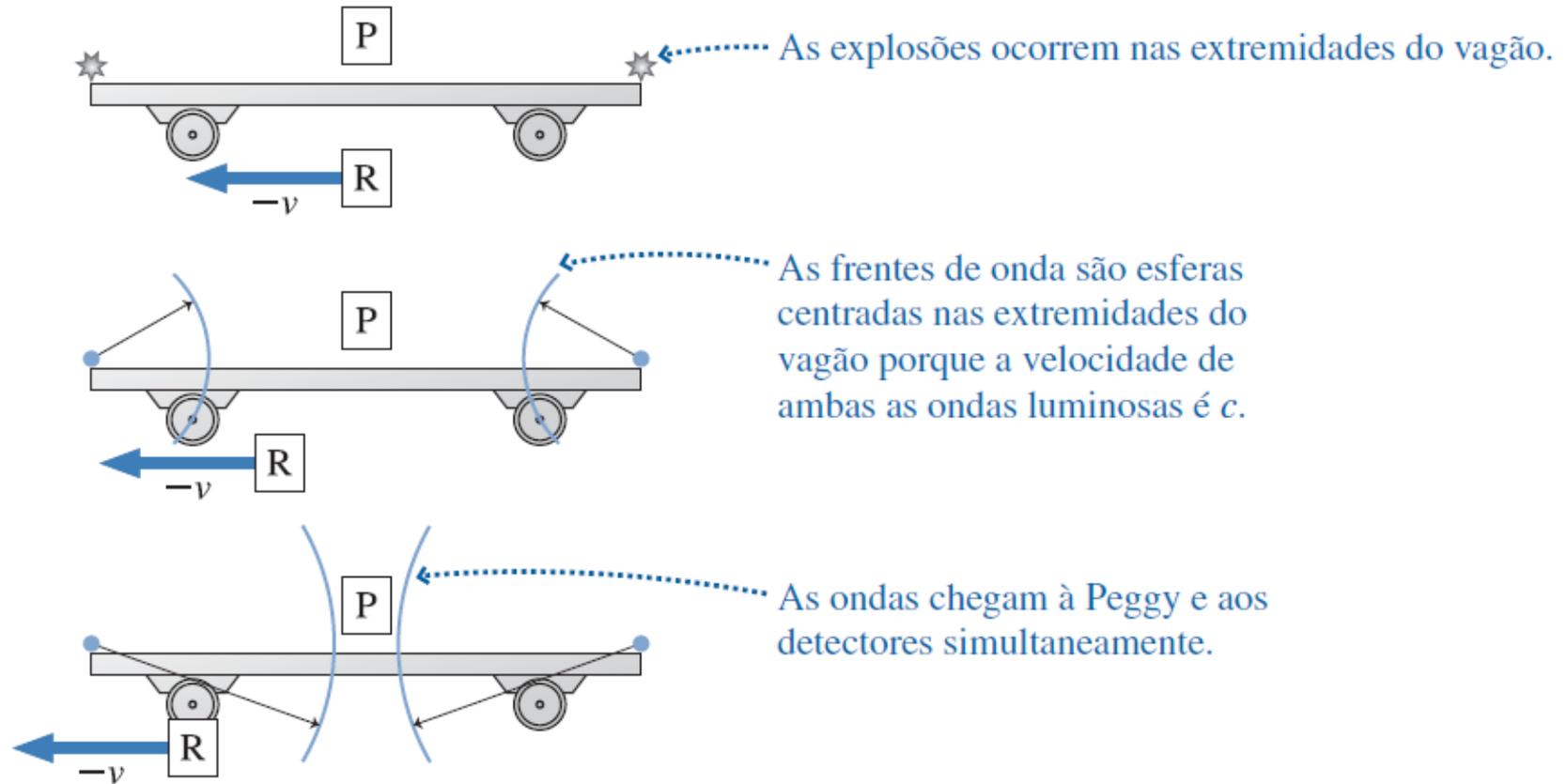
# A relatividade da simultaneidade

## Referencial parado na terra



# A relatividade da simultaneidade

## Referencial parado sobre o vagão



Se as explosões forem simultâneas para Peggy, a luz **VERMELHA** acenderia. Mas não é isso que ocorre!

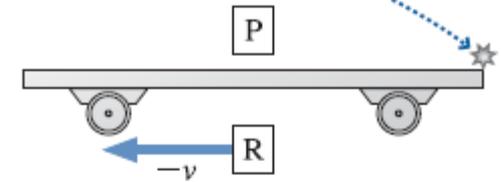
# A relatividade da simultaneidade

Na verdade para Peggy a bomba da direita explode primeiro: **VERDE**

Dois eventos que ocorrem simultaneamente em um referencial  $S$  não são simultâneos em qualquer outro referencial  $S'$  em movimento relativo a  $S$ .

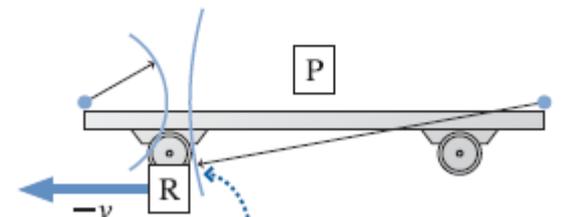
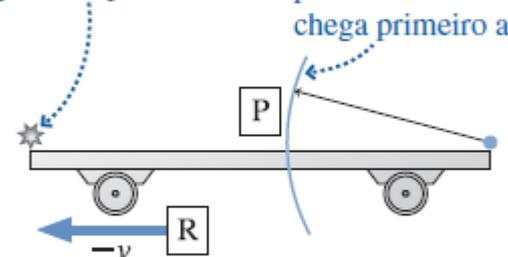
A simultaneidade é relativa

A bomba da direita explode primeiro.

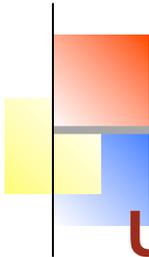


A bomba da esquerda explode depois.

A onda luminosa proveniente da direita chega primeiro a Peggy.



As ondas chegam simultaneamente até Ryan. A onda da esquerda ainda não chegou até Peggy.



# Eventos

---

Um ***evento*** é uma ocorrência física em um ponto específico no espaço e no tempo.

**Ex:** na situação acima, o acendimento da luz verde.

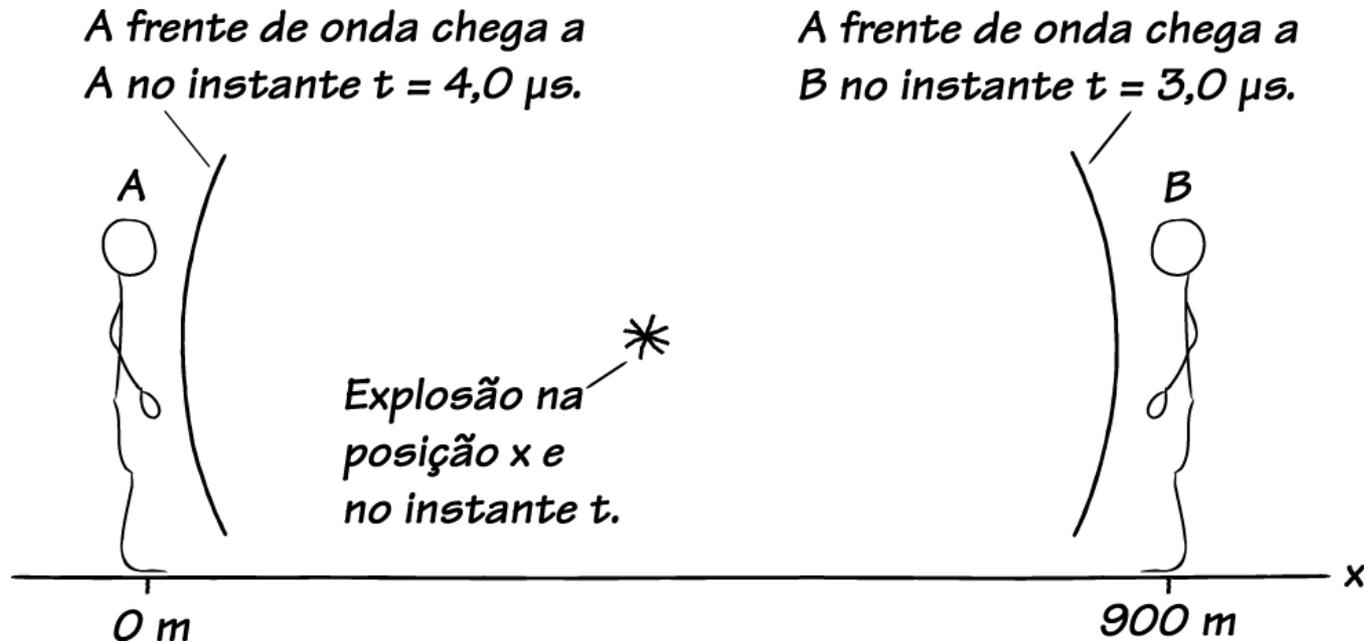
Se um evento ocorre para um observador, ele também ocorre para qualquer outro observador.

**Fatos não são relativos!**

A ***descrição*** de um evento poderá ser diferente de acordo com observadores distintos— em particular, observadores em movimento relativo irão atribuir valores diferentes para a posição e instante de um mesmo evento.

# Eventos

**Importante:** a posição e instante em que um evento *realmente ocorre*, de acordo com um determinado observador *não são* em geral iguais à posição e instante aonde este observador está quando *percebe* o evento.

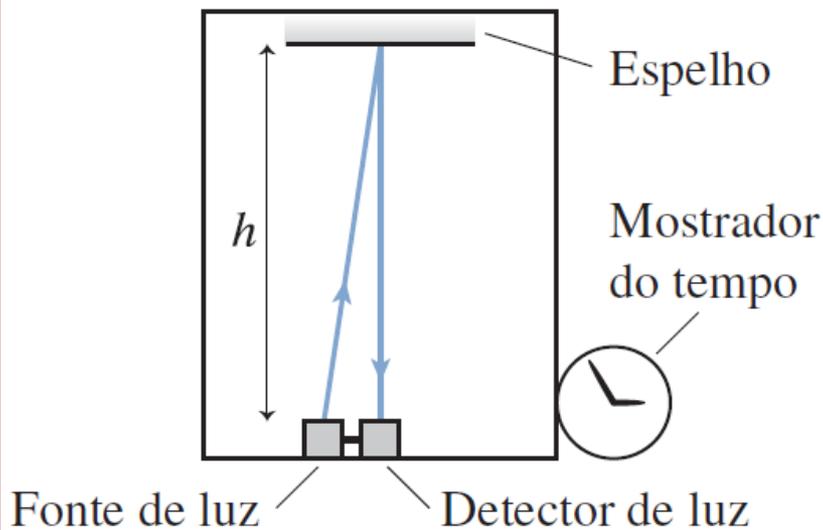


A e B *percebem* a explosão em tempos distintos, mas concordam quanto ao instante e posição em que ela *de fato ocorreu* no referencial comum de ambos (quais foram eles?) .

# Dilatação Temporal

No exemplo anterior parece que o tempo “passa” diferente para quem está no referencial  $S$  e  $S'$ . Vamos agora calcular quanto vale essa diferença

## Relógio de luz

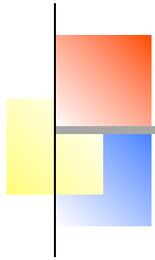


- Considere 2 eventos:
  - i) um pulso de luz é emitido e
  - ii) o pulso retorna e é detectado.
- No referencial  $S'$  onde o relógio está em repouso, o tempo entre os dois eventos é

$$\Delta t' = \frac{2h}{c}$$



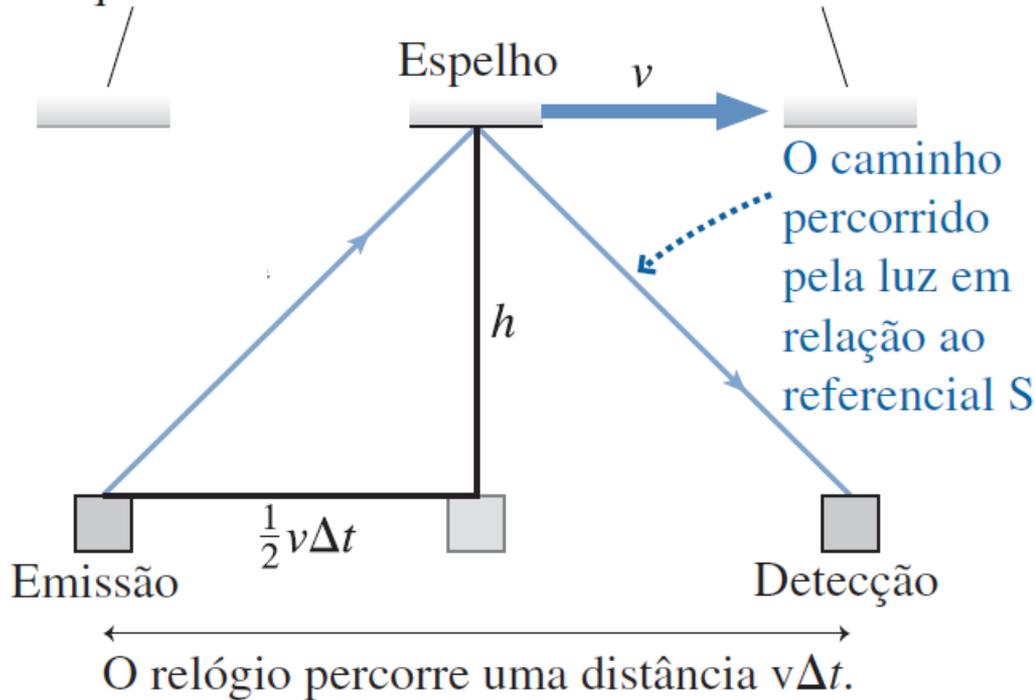
# Dilatação temporal



(a)

Espelho no momento em que a luz é emitida

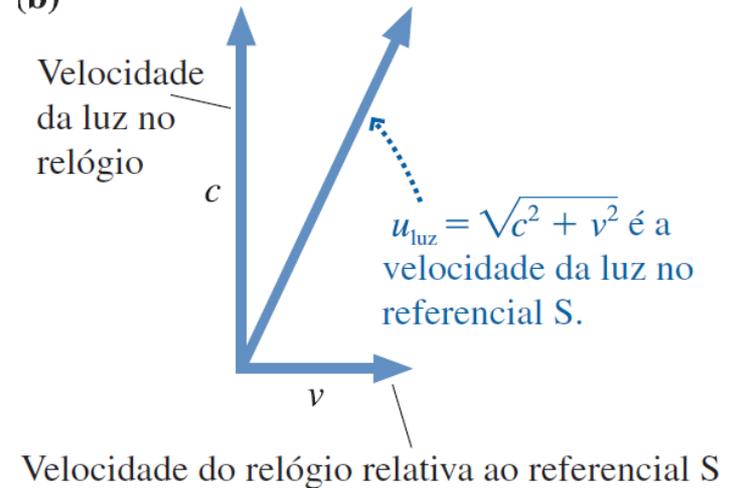
Espelho no momento em que a luz é detectada



## Análise Clássica (incorreta)

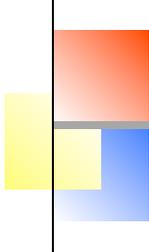
$$u_{luz} = \left\| \vec{u}'_{luz} + \vec{v} \right\|$$

(b)



➔  $\Delta t = \frac{2h}{c} = \Delta t'??$





# Dilatação temporal

---

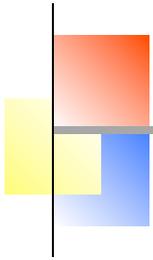
**Conclusão:** o tempo  $\Delta t$  entre dois eventos, conforme medido no referencial  $S$  em que o relógio se move, é **maior** do que o registrado no referencial  $S'$  onde o relógio está em repouso. Chamamos esse efeito de

## DILATAÇÃO TEMPORAL

Def: **tempo próprio  $\Delta\tau$**  = tempo medido por um relógio no seu próprio referencial de repouso. No exemplo acima  $\Delta\tau = \Delta t'$ . O tempo próprio **é o menor valor de tempo que pode ser medido entre dois eventos em qualquer referencial inercial.**

**“Relógios em movimento andam mais devagar”**

# Dilatação temporal



## Exemplo 37.5

Saturno dista  $1,43 \times 10^{12}$  m do Sol. Um foguete viaja em linha reta do Sol a Saturno com uma velocidade constante de  $0,9c$  relativa ao sistema solar.

Quanto tempo levará para o foguete realizar o percurso em relação a um observador que está na Terra? E em relação a um astronauta que está no foguete?

**P1: quais são os 2 eventos nesta pergunta?**

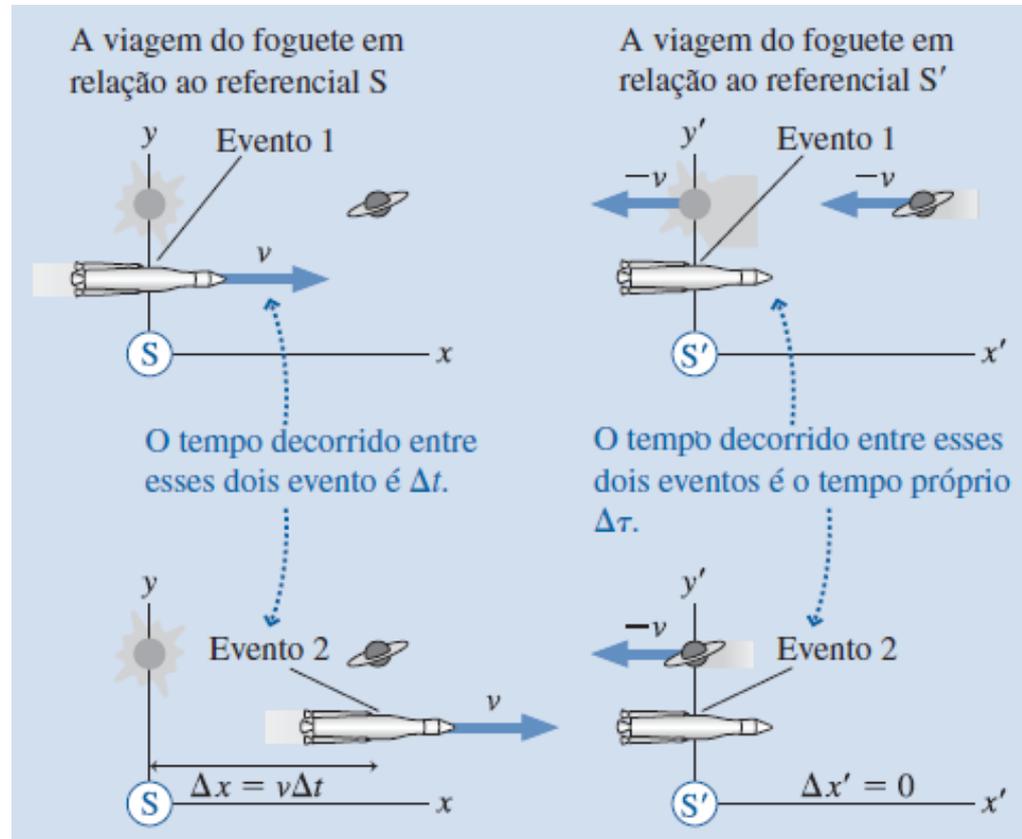
**P2: qual desses tempos é o tempo próprio?**

# Dilatação temporal

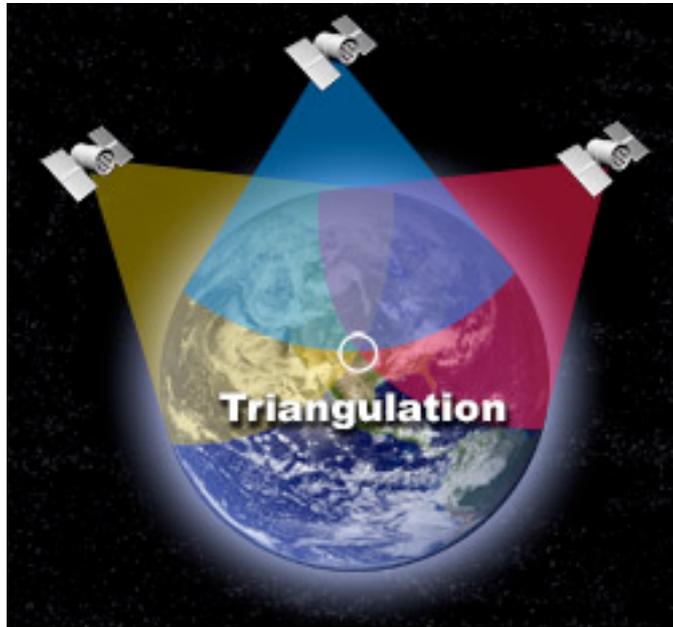
## Exemplo 37.5

Saturno dista  $1,43 \times 10^{12}$  m do Sol. Um foguete viaja em linha reta do Sol a Saturno com uma velocidade constante de  $0,9c$  relativa ao sistema solar.

Quanto tempo levará para o foguete realizar o percurso em relação a um observador que está na Terra? E em relação a um astronauta que está no foguete?



# Dilatação temporal e GPS

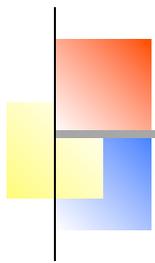


O Sistema GPS recebe sinais de satélites orbitando a cerca de 20.000km de altitude. Simplificando um pouco: o sinal tem uma assinatura temporal, a qual permite saber quanto tempo passou desde que foi enviado, portanto a distância do satélite naquele momento.

Como a órbita dos satélites é conhecida, se pelo menos 3 forem detectados pode-se então obter a posição do receptor por triangulação.

**Problema: sem levar em conta os efeitos de dilatação temporal previstos pela relatividade, esses tempos e posições estarão *errados!***

# Dilatação temporal e GPS



20000 km



**Desafio:** calcule qual o erro na estimativa de distância com respeito a um satélite GPS que se acumula durante apenas 1h (medido no relógio do satélite) devido ao efeito de dilatação temporal da relatividade especial.

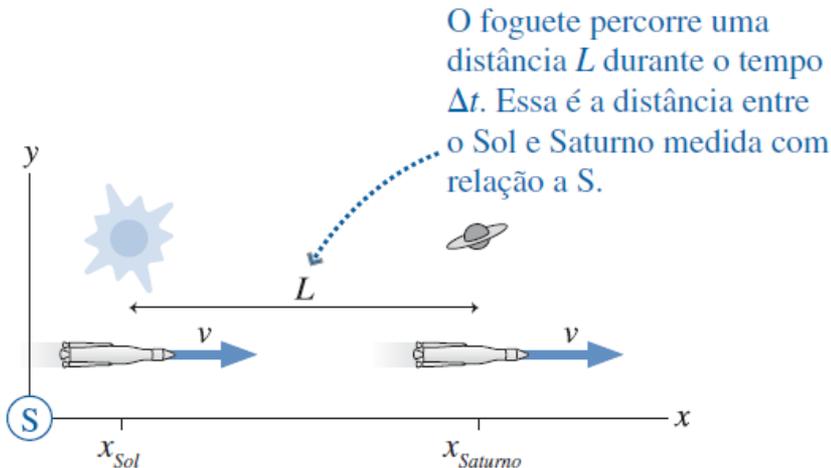
**R:** cerca de 100m!

**Obs:** na verdade o cálculo real é mais complicado, pois o referencial do satélite *não é inercial*, já que ele percorre uma curva! Nesse caso, também é preciso levar em conta efeitos previstos pela *Teoria da Relatividade Geral*. Sem isso o sistema GPS não funcionaria!!

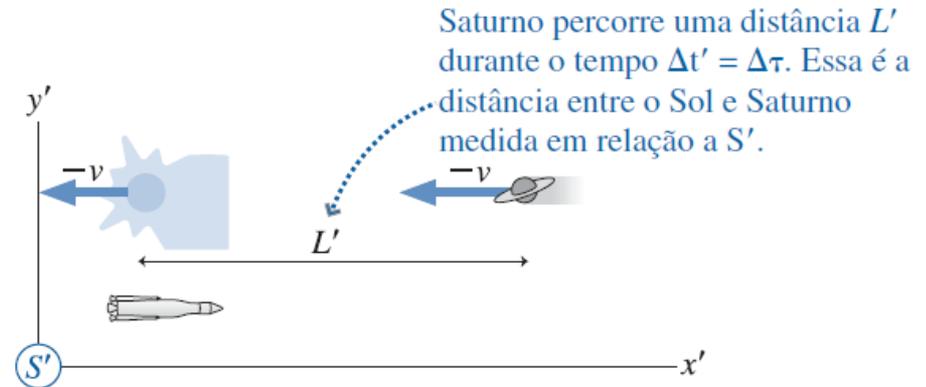
# Contração Espacial

## Exemplo 37.6.

(a) Referencial S: o Sistema Solar está estacionário.



(b) Referencial S': e foguete está parado.



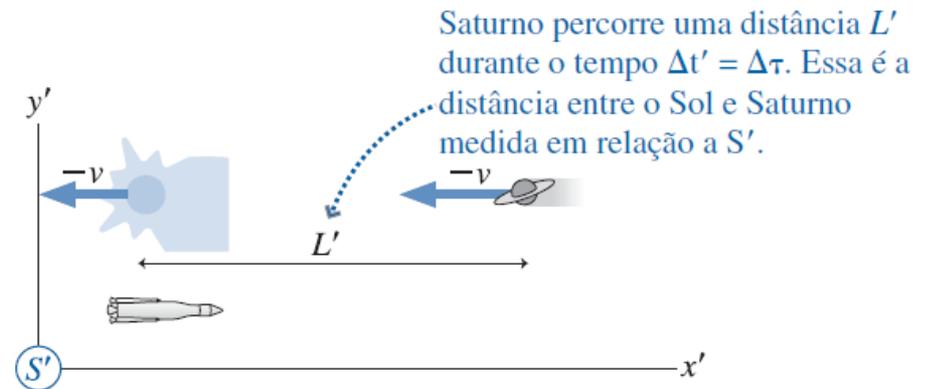
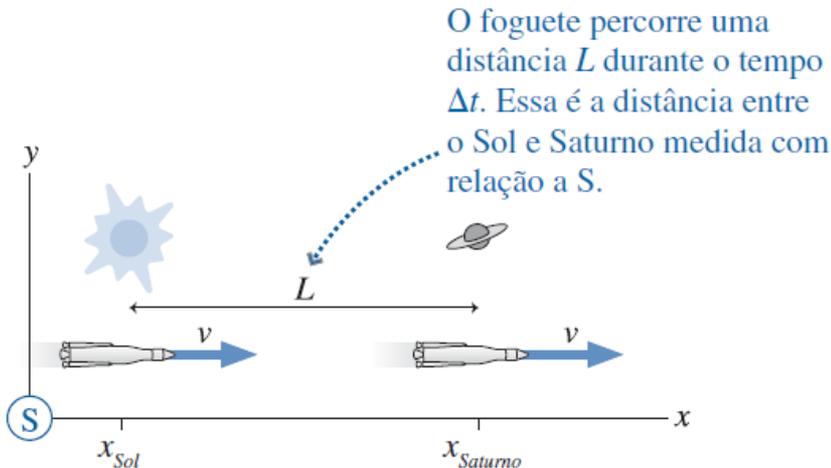
Na figura acima o foguete viaja em linha reta do sol até Saturno com velocidade  $0.9c$  relativamente ao sistema solar. A distância Saturno-Sol é de  $1,43 \times 10^{12}$  m. Qual é a distância entre o Sol e Saturno medida em relação ao referencial do foguete?

# Contração Espacial

## Exemplo 37.6.

(a) Referencial S: o Sistema Solar está estacionário.

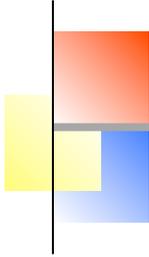
(b) Referencial S': e foguete está parado.



**A distância entre dois eventos também depende do referencial !**

$$L' = \sqrt{1 - (\beta)^2} L = L/\gamma \leq L$$

R: se  $\beta = 0.9$  e  $L = 1,43 \times 10^{12}$  m:  $L' = 0,62 \times 10^{12}$  m.



# Contração Espacial

---

**Conclusão:** a distância espacial  $L$  entre dois eventos, conforme medido em um referencial  $S$  em que a “régua” utilizada se move, é *menor* do que a distância  $L'$  registrada no referencial  $S'$  onde a régua está em repouso. Chamamos esse efeito de

## CONTRAÇÃO ESPACIAL

Def: **distância própria  $l$**  = distância medida por uma régua no seu próprio referencial de repouso. No exemplo acima  $l = L'$ . A distância própria **é o maior valor de distância que pode ser medido entre dois eventos, em qualquer referencial inercial.**

**“Objetos em movimento ficam menores”**

# Aproximação útil quando $v \ll c$

Série de Taylor: para  $x \sim 0$ ,

$$f(x) = (1 + x)^s = 1 + x \cdot \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=0} + (\dots) \simeq 1 + sx$$

$$\text{se } v \ll c: \begin{cases} \sqrt{1 - (\beta)^2} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2} \approx 1 - \frac{1v^2}{2c^2} \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1v^2}{2c^2} \end{cases}$$

37.9 – Um ônibus escolar de 8,0 m de comprimento passa a 30 m/s. Qual é o valor de sua contração espacial?

Solução: 8,0 m no ref. do ônibus (comprimento/distância próprio)  $S'$ .

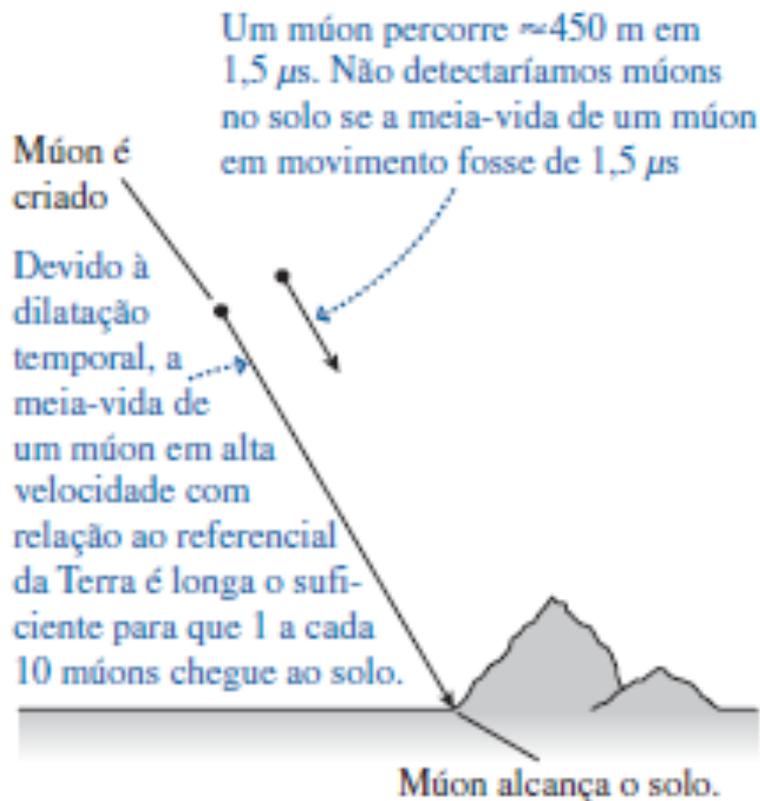
$$L = \sqrt{1 - (\beta)^2} L' = \sqrt{1 - (\beta)^2} l$$

$$L = \sqrt{1 - (\beta)^2} l \approx \left(1 - \frac{1v^2}{2c^2}\right) l$$

Resposta:  $l - L = 4 \times 10^{-14} \text{ m}$

# Evidência experimental direta

**Múons** são partículas subatômicas instáveis, que são criados constantemente na alta atmosfera (60km). Cerca de 10% deles são observados chegando ao solo, com velocidade  $v = 0,99969 c$



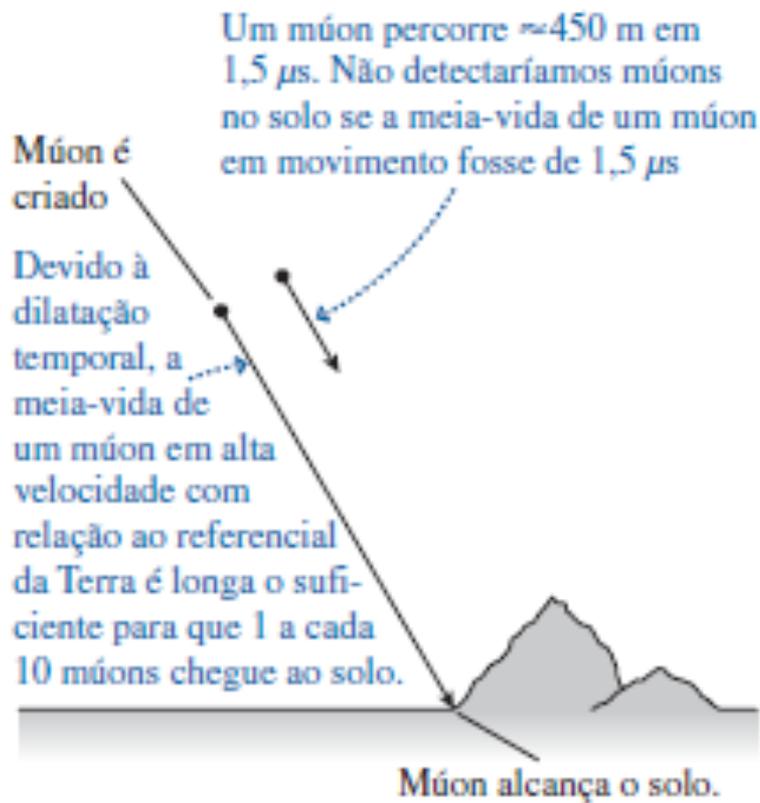
**Problema: sabemos que o tempo de meia-vida de um múon é de apenas  $1,5 \mu\text{s}$ , correspondendo a percorrer apenas 450m. Após isso ele já tem 50% de chance de ter se desintegrado!!**

**A fração dos múons capazes de percorrer  $60\text{km} = 133 \times 450\text{m}$  seria apenas**

$$(0,5)^{133} \sim 10^{-40} \text{ !!!!!}$$

# Evidência experimental direta

**Múons** são partículas subatômicas instáveis, que são criados constantemente na alta atmosfera (60km). Cerca de 10% deles são observados chegando ao solo, com velocidade  $v = 0,99969 c$



**Solução: no referencial do solo**, o tempo para a queda dos múons é

$$\Delta t = L / c = 200 \mu\text{s}$$

Devido à dilatação temporal, isto corresponde a **apenas  $\tau = 5 \mu\text{s}$  no referencial dos múons** (pois  $\gamma \sim 40$ ). Assim, a fração dos múons que chega deve de fato ser

$$(0,5)^{(5 / 1,5)} \sim 0.1 \text{ !!!!!}$$

Visto de outra forma, **no referencial dos múons** a distância até o chão é contraída para apenas

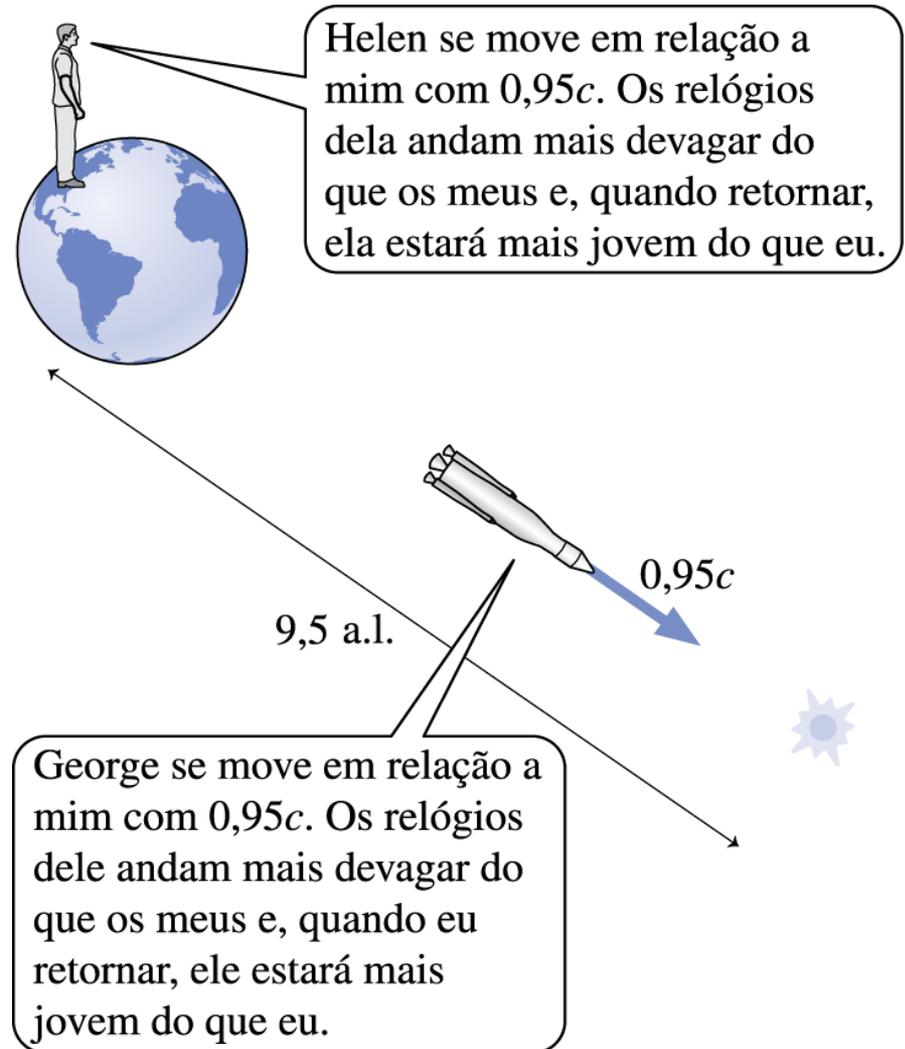
$$L' = L / \gamma = 1,5 \text{ km}$$

# “Paradoxo” dos Gêmeos

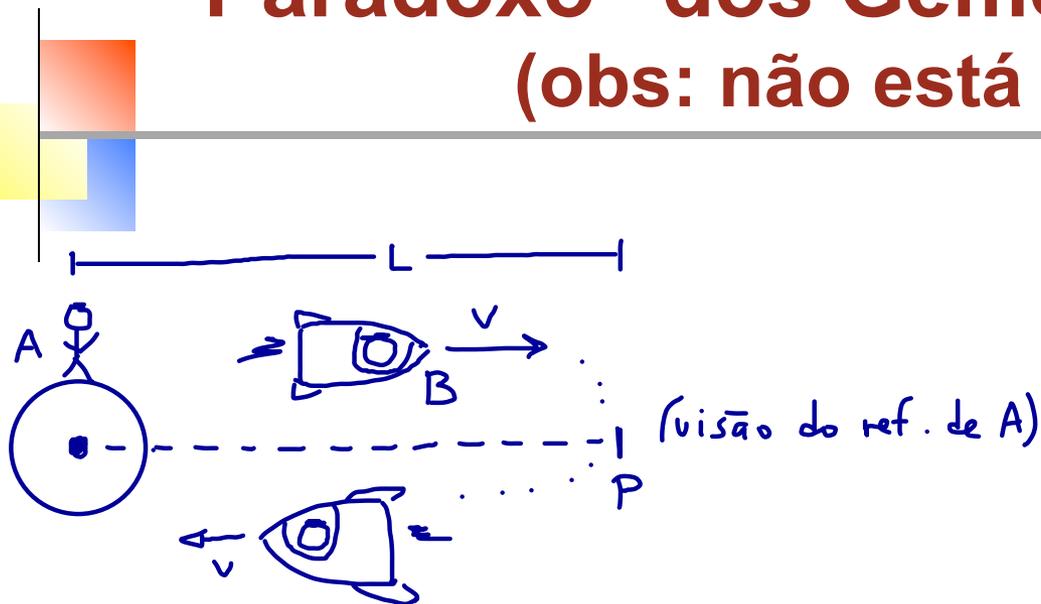
Espera aí... Parece haver uma contradição?!

George e Helen são gêmeos: Helen parte em uma viagem até uma estrela distante. Quando ela volta à Terra, quem estará mais jovem, George ou Helen? Ou terão a mesma idade?

Na verdade não há na um paradoxo... o referencial de Helen não é sempre inercial!



# “Paradoxo” dos Gêmeos - a solução (obs: não está no livro!)



Ref. de A :

distância entre A e P :  $L$

tempo até reencontro:  $t_A = \frac{2L}{v}$

Ref. da ida de B

distância entre A e P :  $L' = \underbrace{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}_{\equiv \gamma < 1} L < L !$

tempo de ida:  $t_{B1} = \frac{\gamma L}{v}$

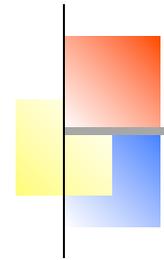


Ref. da volta de B : novamente  $L' = \gamma L \rightarrow t_{B2} = \frac{\gamma L}{v}$

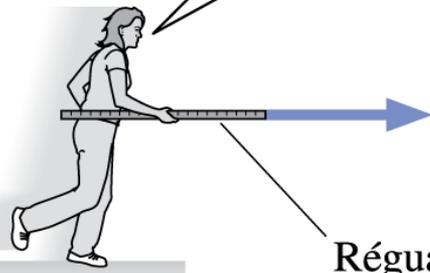
$\rightarrow t_B = \frac{2L}{\gamma v} < t_A !$

$\rightarrow B$  está mais novo que  $A$ !

# Outro “Paradoxo”

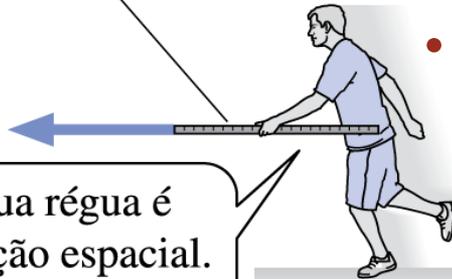


Sua régua é mais curta que a minha. Ocorreu contração espacial porque você está se movendo relativamente a mim.



Carmen

Réguas



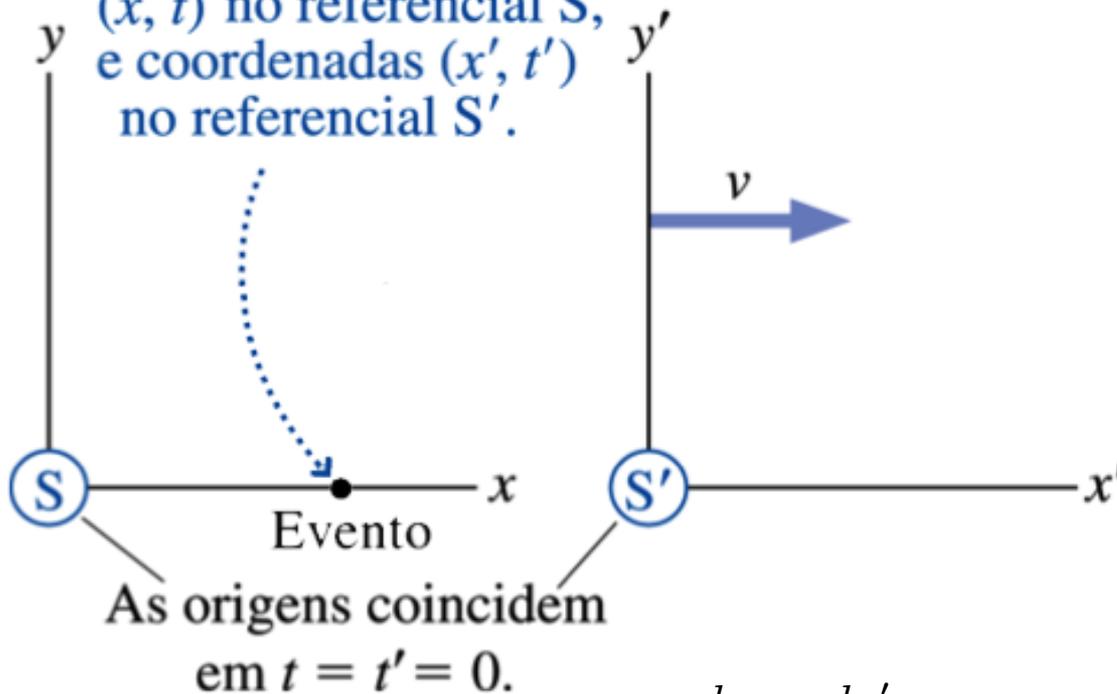
Dan

Não pode ser. A sua régua é que sofreu contração espacial. Ela é a régua mais curta.

- Para medir o comprimento de um corpo em movimento, é preciso medir *simultaneamente* a posição de cada extremidade
- Porém, eventos simultâneos para Dan *não são simultâneos* para Carmen, e vice-versa!
- Para Carmen, Ben mede *primeiro* a posição da ponta da frente da régua dela, e *depois* a de trás. Ben diz que Carmen faz o mesmo com a régua dele...

# Transformações de Galileu

Um evento possui coordenadas espaço-temporais  $(x, t)$  no referencial  $S$ , e coordenadas  $(x', t')$  no referencial  $S'$ .



~~$$x = x' + vt'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$~~

~~$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v = u'_x + v$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = u'_y$$

$$u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = u'_z$$~~

# Transformações de Lorentz

As transformações corretas têm de satisfazer quatro condições:

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades;  $v \ll c$

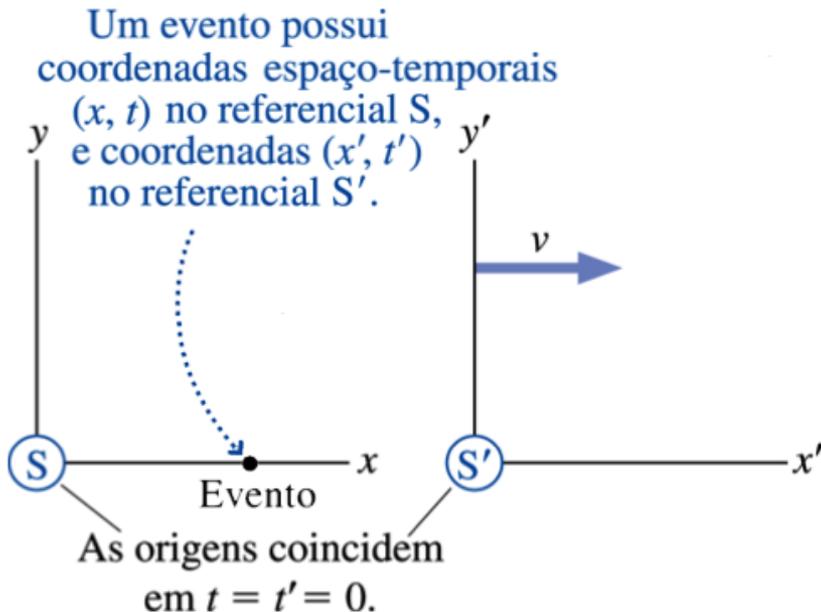
2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal.

3) Assegurar que a velocidade da luz seja sempre a mesma,  $c$ , em todos os referenciais.

4) Serem *lineares*:

$$x' = a x + b t \quad \text{e} \quad t' = A x + B t,$$

onde  $a$ ,  $b$ ,  $A$  e  $B$  são constantes que dependem apenas de  $v$

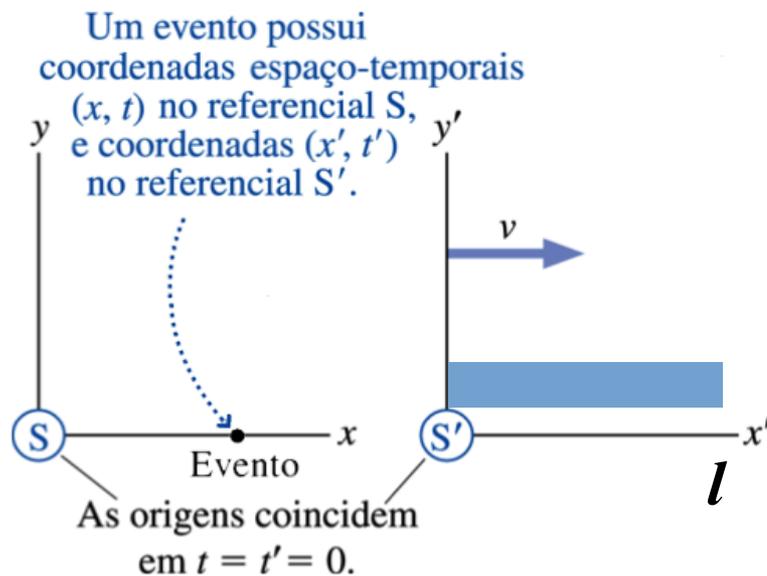


# Transformações de Lorentz

- **Evento 1:** um relógio localizado na origem de  $S'$  ( $x'_1 = 0$ ) marca  $t'_1$ 
  - No ref.  $S$ , este evento tem coordenadas  $(x_1 = vt_1, t_1)$  para algum  $t_1$ .  
Substituindo na transformação:

$$0 = x'_1 = av t_1 + bt_1 \longrightarrow b = -av \longrightarrow \mathbf{x' = a ( x - v t )}$$

Considere agora uma régua de comprimento próprio  $l$ , que está parada no referencial  $S'$ , indo de  $x' = 0$  até  $x' = l$



# Transformações de Lorentz

- **Evento 2:** a ponta da régua passa por um relógio parado no referencial  $S$  na hora em que este também mede  $t_1$ . Substituindo na transformação:

$$l = x'_2 = a (x_2 - v t_1)$$

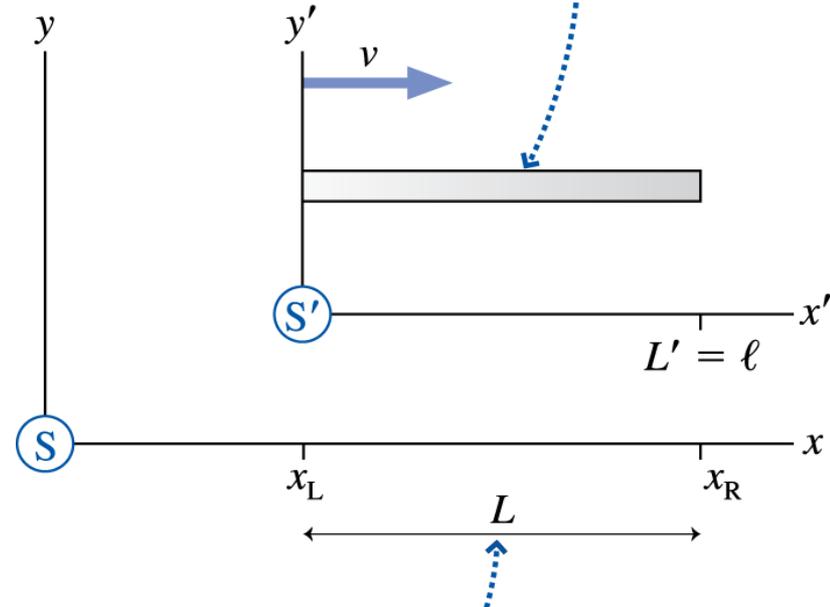
- Mas sabemos que, pela contração espacial, as distâncias entre os dois eventos nos dois referenciais satisfazem:

$$x_2' - x_1' = \gamma (x_2 - x_1)$$

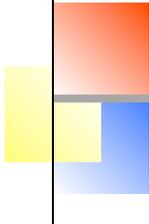
**Conclusão:**  $a = \gamma$   $\longrightarrow$

$$x' = \gamma (x - v t)$$

O objeto encontra-se em repouso no referencial  $S'$ . Seu comprimento é  $L' = \ell$ , que pode ser medido a qualquer instante.



Devido ao objeto estar em movimento no referencial  $S$ , a fim de que possamos encontrar seu comprimento  $L$  no referencial  $S$  devemos efetuar medições simultâneas de suas extremidades.



# Transformações de Lorentz

---

$$\mathbf{x}' = \gamma (\mathbf{x} - \mathbf{v} t)$$

- Usando os mesmos argumentos mas com uma régua parada no referencial  $S$ , podemos concluir também que

$$\mathbf{x} = \gamma (\mathbf{x}' + \mathbf{v} t')$$

- Resolvendo para  $t'$  em função de  $x$ ,  $t$  :

$$t' = \gamma (t - \mathbf{v} \mathbf{x} / c^2)$$

# Transformações de Lorentz

As transformações corretas têm de satisfazer quatro condições:

$$\mathbf{x}' = \gamma (\mathbf{x} - \mathbf{v} t)$$

$$t' = \gamma (t - \mathbf{v} \cdot \mathbf{x} / c^2)$$

1) Concordar com as transformações de Galileu no limite de baixas velocidades;  $v \ll c$  ✓

2) Transformar não apenas as coordenadas espaciais, mas também a coordenada temporal. ✓

3) Assegurar que a velocidade da luz seja sempre a mesma,  $c$ , em todos os referenciais. ✓

4) Serem *lineares*: ✓

$$\mathbf{x}' = \mathbf{a} \mathbf{x} + \mathbf{b} t \quad \text{e} \quad t' = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} t,$$

onde  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são constantes que dependem apenas de  $\mathbf{v}$

# Transformações de Lorentz

O que ocorre com as distâncias  $y$  e  $z$ , **perpendiculares** ao movimento? Contraem? Esticam? **R: nada**

De  $S$  para  $S'$

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma (t - vx / c^2)$$

de  $S'$  para  $S$

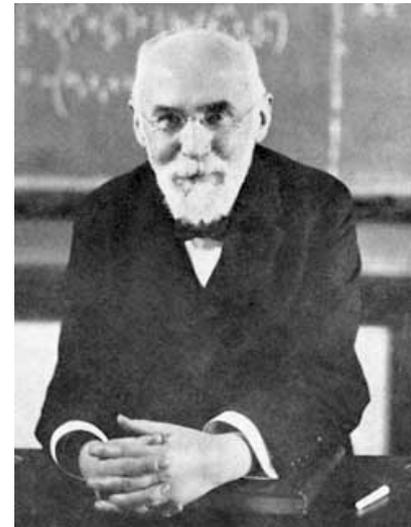
$$x = \gamma (x' + vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma (t' + vx' / c^2)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



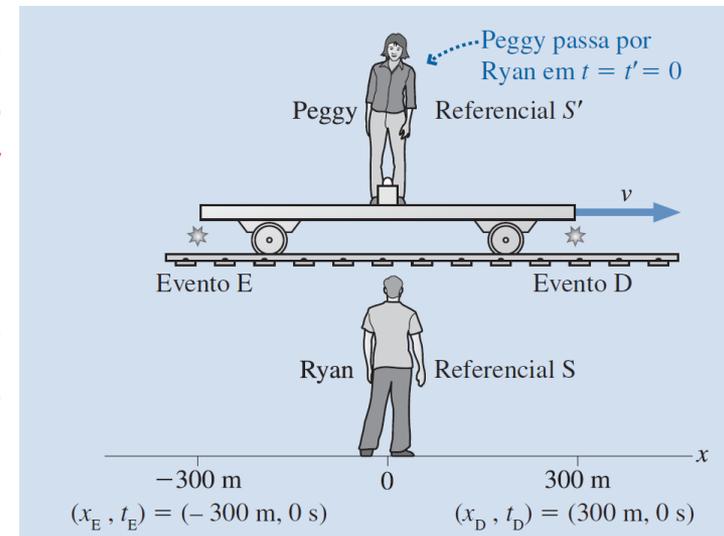
**Hendrik  
Lorentz**

# Transformações de Lorentz

**Ex. 37.8:** Peggy está parada no centro de um vagão longo e plano com uma bomba fixa em cada extremidade do mesmo. O vagão passa por Ryan, que está parado no solo, com uma velocidade  $v = 0,8c$ . Ele vê os flashes provenientes da explosão da bomba simultaneamente  $1,0 \mu\text{s}$  após Peggy ter passado por ele. Mais tarde, Ryan vê marcas queimadas no trilho a 300 m de ambos os lados do local onde ele estava parado.

a) De acordo com Ryan, qual é a distância entre os locais das duas explosões? Quando elas ocorrem em relação ao instante em que Peggy passa por ele?

b) De acordo com Peggy, qual é a distância entre os locais das duas explosões? Quando elas ocorrem em relação ao instante em que Ryan passa por ela?



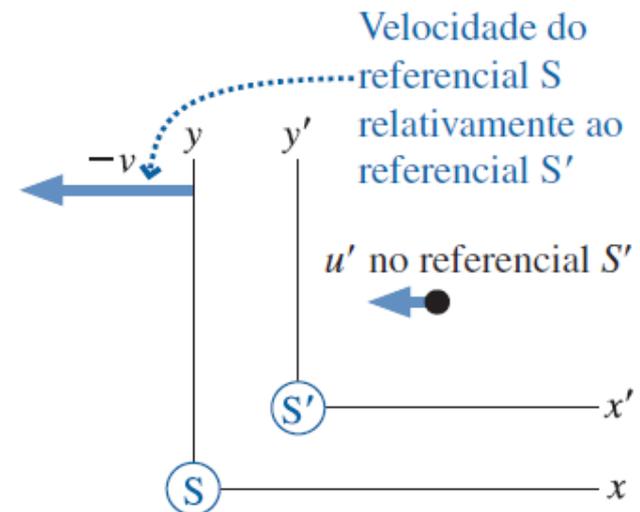
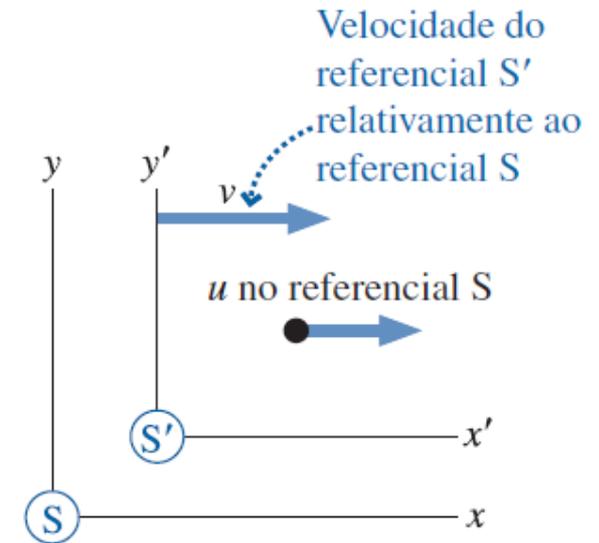
# Transformação de Lorentz p/ velocidades

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{d(\gamma(x' + vt'))}{d(\gamma(t' + vx'/c^2))}$$

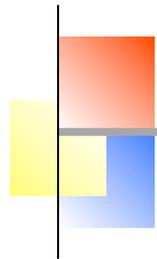
$$= \frac{dx' + vdt'}{dt' + vdx'/c^2}$$

$$= \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

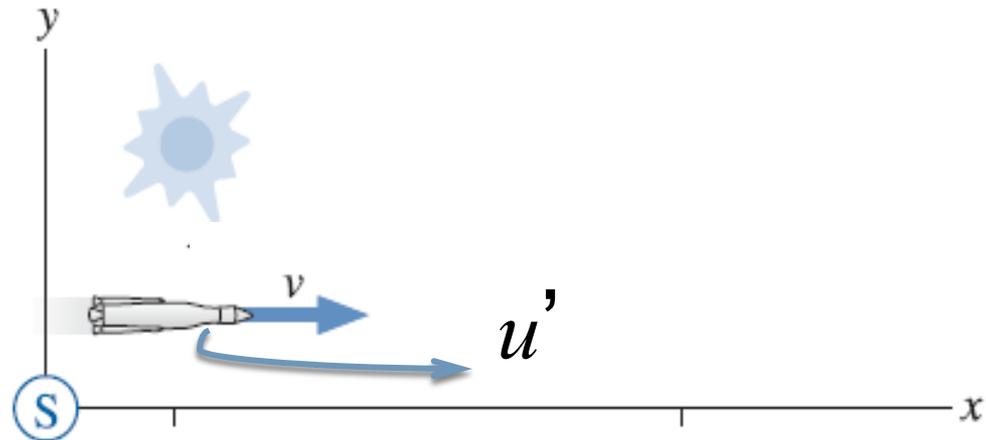
Reciprocamente:  $u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}}$



# Transformação de Lorentz p/ velocidades



$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$



37.10 - Um foguete passa pela Terra com uma velocidade  $0,9c$ . Ao passar pela Terra, ele lança um projétil para frente com velocidade  $0,95c$  em relação ao foguete. Qual é a velocidade do projétil em relação a Terra?

# E mais rápido que a luz, pode?

